

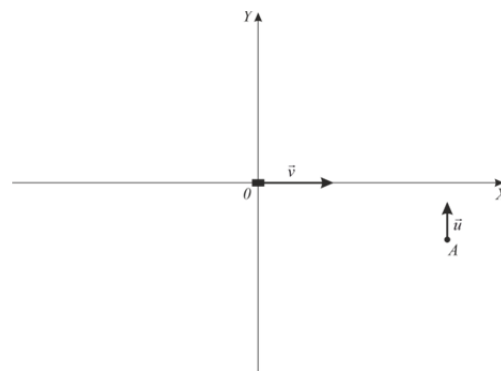
Семинар, 24.09.2016 Равноускоренное движение.

1. Решение сложной задачи №2 из прошлого домашнего задания

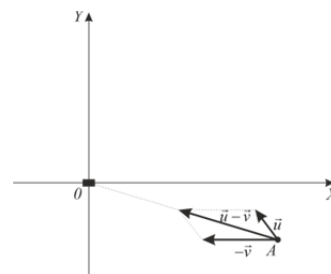
Автобус движется по прямому шоссе со скоростью v . Человек может бежать с меньшей скоростью u . Определите геометрическое место точки, в которых может находиться первоначально человек, чтобы успеть «перехватить» автобус.

Решение.

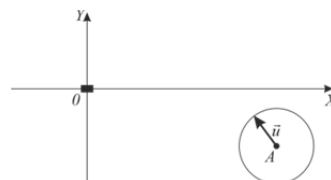
Прежде всего, давайте переформулируем немного задачу. Представим себе бесконечное ровное поле, через которое проходит идеально прямое шоссе. Свяжем шоссе с осью OX . По шоссе идёт автобус со скоростью v так, что в момент времени $t = 0$ автобус находится в точке O и движется в положительном направлении оси x . Найти область, в которой может находиться человек, движущийся со скоростью $u < v$, из которой он может достичь автобуса.



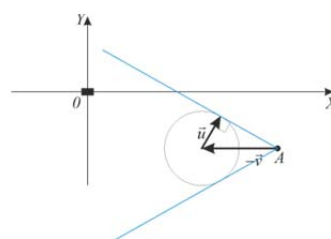
Прежде всего, давайте перейдём в систему отсчёта, связанную с автобусом. В этой системе отсчёта автобус покоится, а человек движется со скоростью $\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$. Очевидно, что если скорость человека в этой системе отсчёта может быть направлена на автобус, то человек его может догнать. Если такое направление невозможно – человек не может нагнать автобус. На рисунке показан один из таких «чудесных» вариантов, когда человек выбирает направление своей скорости так, что результирующая точно направлена на автобус (человек смог догнать автобус, он должен бежать так, как показывает вектор \vec{u}).



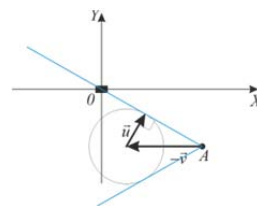
Теперь надо разобраться, а куда вообще может бежать человек? Очевидно, относительно поля он может бежать в любую сторону. Иными словами, он может бежать так, что вектор его скорости будет начинаться в точке A , заканчиваться где-то на окружности с центром в A и радиусом $R \leq |\vec{u}'|$. Давайте сначала для упрощения скажем, что модуль скорости человека всегда равен u , а дальше разберём случаи, когда скорость меньше.



Перейдём теперь в систему автобуса и построим все возможные разности $\vec{u} - \vec{v}$, при разных углах \vec{u} . Видно, что все эти разности могут лежать лишь внутри угла, образованного касательными к окружности из точки A (голубые линии на рисунке).



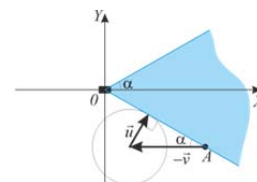
В частности, точка пересечения касательной с осью x – это ближайшая на шоссе точка, в которой может находиться автобус, который может догнать человек. На следующем рисунке показана граничная ситуация: человек успевает догнать автобус, только если он бежит строго в определённом направлении (перпендикулярно лучу AO) с максимальной скоростью u . Это направление движения – перпендикулярно лучу AO и является самым эффективным.



Таким образом, если человек находится внутри области, закрашенной на рисунке голубым цветом – он может догнать автобус.

Для полного решения задачи осталось определить угол α , определяющий «счастливую» для человека область. Из рисунка видно, что

$u = v \cdot \sin \alpha$. Следовательно, $\alpha = \arcsin\left(\frac{u}{v}\right)$.



2. Задачи

1. С каким промежутком времени оторвались от карниза крыши две капли, если спустя 2 с после начала падения второй капли расстояние между каплями равно 25 м.
2. Два тела брошены вертикально вверх из одной и той же точки с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 19,6 \text{ м/с}$ с промежутком времени $\tau = 0,5 \text{ с}$. Через какое время t после бросания второго тела и на какой высоте h тела встретятся?
3. Лифт начинает подниматься с ускорением $a = 2,2 \text{ м/с}^2$. Когда его скорость достигла $v = 2,4 \text{ м/с}$, с потолка кабины лифта начал падать болт. Чему равны время t падения болта и перемещение болта при падении относительно Земли? Высота кабины лифта $H = 2,5 \text{ м}$.
4. На клин, плоскость которого составляет угол α с горизонтом, положили тело A . Какое ускорение a необходимо сообщить клину в горизонтальном направлении, чтобы «выбить» клин из-под тела, т.е. чтобы тело A свободно падало?

